Анализа 1

22.10.2020.

1. Ако су A и B ограничени скупови такви да је $A \subset B \subset \mathbb{R}$, тада важи да је $\inf B \le \inf A$, $\sup B \ge \sup A$.

2. Нека су скупови $X, Y \subset \mathbb{R}$, такви да је X ограничен одозго, Y ограничен одоздо, и за $\forall x, y \in Y$ важи $x \le y$.

Доказати да је:

а) $\sup X \le \inf Y$

б) ако је $X \cup Y = \mathbb{R}$, тада је $\sup X = \inf Y$

3. Нека су X, Y ограничени скупови, $X, Y \subset \mathbb{R}$, и нека је $X+Y = \{x+y \mid x \in X, y \in Y\}$. Доказати да је

$\sup X+Y = \sup X + \sup Y$

$\inf X+Y = \inf X + \inf Y$

4. Нека су X и Y ограничени скупови, $X, Y \subset \mathbb{R}^+$, и нека је $X \cdot Y = \{x \cdot y \mid x \in X, y \in Y\}$. Доказати да је

$\sup X \cdot Y = \sup X \cdot \sup Y$

$\inf X \cdot Y = \inf X \cdot \inf Y$

5. Нека су X и Y ограничени скупови, $X, Y \subset \mathbb{R}$.

Доказати да је

а) $\inf (X \cup Y) = \min\{\inf X, \inf Y\}$

б) $\sup (X \cup Y) = \max\{\sup X, \sup Y\}$

6. Нека је X ограничен скуп, $X \subset \mathbb{R}^+$, и нека је $-X = \{-x \mid x \in X\}$. Доказати да је $\sup(-X) = -\inf X$ и $\inf(-X) = -\sup X$.